

COLLOQUES INTERNATIONAUX
DU
CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

XXXV

Actions éoliennes
Phénomènes d'évaporation et d'hydrologie
superficielle dans les régions arides

ALGER

27 Mars - 31 Mars 1951

Extrait

~~LOAN COPY~~

FILE COPY



Editions du Centre National de la Recherche Scientifique
13, Quai Anatole France — PARIS (7^e)
1953

HYDRODYNAMICS LABORATORY

CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

PASADENA

PUBLICATION NO.

160

A Study of the interaction between a fluid and the suspended particles in the flow under the action of gravity and density currents.

ÉTUDE DE L'INTERACTION ENTRE UN FLUIDE
ET DES PARTICULES EN SUSPENSION
DANS LES ÉCOULEMENTS
SOUS L'ACTION DE LA PESANTEUR
ET LES COURANTS DE DENSITÉ

par Robert T. KNAPP,

Director Hydrodynamics Laboratories,
California Institute of Technology,
Pasadena (U.S.A.)

SOMMAIRE. — Dans les régions arides, les vents violents et les rivières en crue transportent en suspension du sable ou des particules arrachées au sol. D'autre part, les canaux destinés à l'irrigation ou au drainage doivent être spécialement profilés pour éviter l'érosion et le transport corrélatif de sédiments. L'étude de l'interaction hydrodynamique entre le fluide et les particules en suspension est importante pour expliquer ces phénomènes et fait l'objet principal de cette communication. Les courants de densité sont un exemple d'écoulements comprenant deux phases, la matière en suspension étant le facteur déterminant. Ils sont étudiés en détail car ils fournissent une remarquable illustration de l'interaction entre solides et liquides, et aussi parce qu'ils jouent un rôle important dans l'étude des réservoirs de barrage en régions arides. Ce mémoire analyse également la similitude entre les tempêtes de sable ou de poussière et les courants de densité.

SUMMARY. — In arid regions wind storms and flood flows carry in suspension sand or particles plucked from the soil. On the other hand irrigation and draining channels must have a special design in order to avoid erosion and the subsequent transportation of sediments. It is of importance in order to explain these phenomena to study the hydrodynamical interaction between the fluid phase and the suspended particles and this is the principal purpose of this paper. Density currents are examples of two-phase flows, the suspended material acting as a determining factor. They are particularly discussed as they give a remarkable illustration of the interaction between solids and liquids and play moreover an important part in the study of reservoirs formed by dams in arid regions. This memoir analyses too the similarity between sand or dust storms and density currents.

Introduction et but de l'étude.

Dans les régions arides une grande proportion des problèmes d'hydrodynamique rencontrés se rapporte aux tempêtes de vent, aux inondations causées par des pluies d'orage rares mais violentes, ou aux courants d'eau d'irrigation ou de drainage dans des canaux non cimentés. De tels courants ont pour caractéristique commune que le fluide considéré, aussi bien l'air que l'eau, est rarement pur. Il contient généralement une quantité appréciable de sable ou de particules du sol en suspension. On peut considérer tous ces cas comme des écoulements à deux phases, la phase solide consistant en particules de sable ou de sol, et la phase fluide étant l'air ou l'eau. Quand on traite de tels problèmes, et particulièrement dans les projets de construction pour le contrôle de ces courants, on ignore souvent dans la pratique complètement la phase solide et l'on admet que le fluide est pur. Cette hypothèse amène beaucoup de simplifications dans l'établissement du projet. Elle implique cependant que, quoique les particules en suspension soient transportées par le fluide qui s'écoule, elles ne modifient pas ses caractéristiques d'écoulement. Malheureusement cette hypothèse n'est pas toujours justifiée. Si le fluide ne réagissait pas sur les particules solides en suspension, elles ne seraient pas transportées. C'est un fait évident et bien connu. Cependant il n'est pas aussi bien reconnu que les particules en suspension réagissent sur le fluide et changent ses caractéristiques d'écoulement.

L'objet de cette communication est d'insister sur l'importance de ces interactions entre phases dans l'hydrodynamique des régions arides et aussi sur la nécessité de comprendre leurs mécanismes. Il est difficile de surestimer l'importance d'une compréhension approfondie du mécanisme de ces interactions. La pratique courante est pleine d'exemples de confusion qui proviennent du manque d'une telle connaissance. Par exemple, il existe de nombreuses méthodes empiriques pour la construction de fossés d'irrigation insensibles à l'érosion. Ces méthodes de construction ont été développées d'ordinaire pour une région possédant une répartition spécifique de types de terrain, et donnent des résultats satisfaisants pour cette région. Cependant, si ces différentes méthodes de construction sont utilisées tour à tour pour résoudre un même problème, les projets qui en résultent montrent souvent des différences d'une importance inacceptable. Il est hors de doute que ces différences disparaîtraient si toutes les informations, concernant les caractéristiques physiques des sols considérés, pouvaient être mises en corrélation sur la base d'une compréhension analytique solidement fondée des mécanismes de l'entraînement des sédiments et de leur transport. Malheureusement cette

communication ne peut présenter une telle méthode de corrélation, car en dépit du nombre prodigieux de travaux faits par de nombreux chercheurs aussi bien au laboratoire que dans les stations de campagne, on est loin de pouvoir comprendre complètement ce problème. C'est pourquoi, cette discussion sera limitée à un exposé général et à l'étude d'un ou deux cas théoriques basés sur des approximations et des extrapolations.

CARACTÉRISTIQUES DES ÉCOULEMENTS A DEUX PHASES

Soustraction d'énergie au mouvement turbulent.

Les écoulements à deux phases ont en commun plusieurs caractéristiques importantes. Dans tous les cas importants il y a une différence de densité entre les deux phases, c'est-à-dire entre les particules en suspension et le fluide. Ceci signifie que les forces de gravité sont extrêmement importantes. Une particule donnée, immergée dans un fluide immobile plus léger, tombera à la vitesse pour laquelle la résistance du liquide est juste égale à la différence entre les poids de la particule et du fluide déplacé. Cependant, c'est un fait que les vents violents et les rivières transportent des particules solides denses sur de longues distances. Le temps correspondant est plusieurs fois celui qui serait nécessaire à la plus petite particule pour se déposer sur le fond du courant en venant de la surface, si celui-ci était tranquille. Il s'ensuit que de tels courants doivent être turbulents pour maintenir les particules en suspension.*

Cette énergie doit provenir de la composante verticale du mouvement turbulent du fluide. Ainsi la présence de particules en suspension modifie la turbulence et, par suite, les caractéristiques du courant. Cette soustraction d'énergie aux composantes turbulentes de la vitesse du fluide est probablement le facteur essentiel dans la détermination de la concentration maximum des matériaux en suspension qui peuvent être transportés par un courant donné en restant en équilibre relatif. Il est relativement facile de concevoir ce mécanisme quand les particules ont la même taille et la même densité.

(*) On pourrait discuter cette affirmation en se basant sur le fait que le mouvement relatif de la particule et du fluide impliquerait une plus grande turbulence. Cependant, dans la plupart des cas les particules en suspension se trouvent dans les limites d'application de la loi de Stokes, ce qui signifie que l'écoulement est laminaire et que l'énergie dissipée par frottement passe directement sous forme de chaleur. Même dans le cas de particules plus grosses le schéma de la perturbation, si elle existe, serait d'une si faible dimension qu'il n'aurait aucun effet tendant à contribuer à la mise en suspension.

Cependant ces effets peuvent devenir très compliqués, si les particules en suspension ont des tailles très variables.

Contribution en énergie du matériau en suspension.

Le matériau en suspension utilise une partie de l'énergie du fluide pour se maintenir en suspension, mais aussi il contribue à fournir de l'énergie au fluide en augmentant la force motrice. Le montant de cette contribution peut être déterminé par la différence des densités et la pente sur laquelle a lieu le courant. Si la contribution en énergie est supérieure à l'énergie demandée, la présence des particules augmente l'énergie totale du fluide; et probablement elle augmente aussi la capacité de transport du courant [1]. Une méthode de ce bilan énergétique pour une particule donnée consiste à retrancher la vitesse de chute de la particule dans le fluide tranquille à celle de la chute dans le courant, c'est-à-dire le produit de la vitesse du courant et de la pente du lit. On pourrait arguer que si cette différence est positive, la particule augmente l'énergie totale du courant, mais qu'elle la diminue si elle est négative. Il est probable que cette conception est trop simplifiée. La partie d'énergie prise par la particule en suspension provient de la composante turbulente de la vitesse du fluide; tandis que la contribution en énergie est obtenue par l'augmentation de la densité effective du fluide, qui accroît la force motrice. Cette contribution restera la même — quel que soit le degré de turbulence — tant que la particule est entièrement supportée par le fluide. Du moment que ces deux effets ne sont pas étroitement reliés, on peut mettre en doute la signification de ce bilan énergétique.

Effet du matériau suspendu sur le courant.

Il n'y a pas de doute que la présence de matériau en suspension affecte le courant. Ceci fut montré quantitativement par l'important travail de VANONI [2]. Il trouva que dans des conditions tout à fait larges la présence de sédiment en suspension dans un courant d'eau coulant dans un canal ouvert augmentait la vitesse du courant.*

(*) Dans les expériences de Vanoni les seuls cas dans lesquels la présence de matériau en suspension n'augmentait pas la vitesse, étaient ceux dans lesquels une partie du sédiment était déposée sur le fond et formait des rides. Ceci augmentait les coefficients de résistance, ce qui masquait l'effet de la suspension sur la structure de la turbulence. Il est probablement vrai, au moins pour toutes les concentrations modérées, que la présence de matériau en suspension diminue la « viscosité turbulente » du courant.

A première vue on pourrait admettre que ceci implique une nette augmentation de l'énergie du courant, due à la présence des particules. Une réflexion plus approfondie jette le doute sur cette conclusion. Comme on l'a signalé dans les paragraphes précédents, le transfert d'énergie diminue la vitesse des composantes verticales de la turbulence. Il est équivalent de dire que le cisaillement turbulent est réduit et que l'on doit s'attendre par suite, logiquement, à une augmentation de la vitesse moyenne du fluide. D'un autre côté, on peut s'attendre de même, à ce que l'augmentation de la force motrice due à la présence des particules en suspension ait pour conséquence une augmentation de la vitesse. Ces déductions conduisent à la conclusion plutôt anormale, que le matériau en suspension dans le courant peut augmenter la vitesse, que sa présence produise ou non une nette augmentation ou diminution de l'énergie mécanique totale du courant. *

Caractéristiques dynamiques de la suspension.

Si la turbulence est le mécanisme qui maintient en suspension dans un fluide un matériau de densité supérieure à la sienne, il est évident que la vitesse des fluctuations verticales doit être supérieure à la vitesse de chute de la particule dans le fluide au repos, puisque dans le cas contraire le matériau se déposerait rapidement. On n'a pas encore précisé de combien la vitesse de fluctuation dépassait la vitesse de chute, mais il doit exister entre les deux quelque relation étroite. Il s'ensuit qu'une intensité minimum donnée de turbulence est nécessaire pour qu'une particule de taille donnée reste en suspension, et si ce niveau n'est pas maintenu, le matériau se dépose. Dans un courant se produisant dans un canal ouvert, la turbulence est affectée par plusieurs facteurs tels que la pente, la rugosité et la forme du canal. Dans beaucoup de cas ces facteurs varient constamment. Ceci doit se refléter relativement vite dans les changements correspondants de l'intensité de la turbulence ou, plus particulière-

(*) Pour des concentrations très élevées de matériau en suspension, ces conclusions peuvent être soumises à modification. L'affirmation que l'amortissement des composantes verticales du mouvement turbulent réduit le transfert de quantité de mouvement, est basée sur l'hypothèse que l'augmentation de la densité du fluide due à la présence de particules en suspension est petite en comparaison de la diminution de la vitesse de la fluctuation turbulente. Ceci peut ne pas être vrai pour des concentrations vraiment élevées. De plus, dans de tels cas les particules solides peuvent occuper un si grand pourcentage du volume total que le cisaillement visqueux effectif peut être augmenté. Il est probable que ces effets ne deviennent importants que pour des phénomènes tels que les courants de boue. Ainsi le schéma simple donné ci-dessus peut être satisfaisant pour toutes les conditions normales.

ment, dans la vitesse moyenne des composantes verticales des fluctuations turbulentes. Ces constatations s'appliquent à un courant de fluide pur aussi bien qu'à un courant charriant un matériau en suspension. Dans un fluide pur les effets de ces variations ne peuvent apparaître que comme des variations relativement petites de la vitesse moyenne du courant. Par contre, dans un fluide transportant une lourde charge de sédiment en suspension, des changements de niveau de turbulence peuvent se refléter rapidement soit par le dépôt d'une partie de la charge, soit par un début soudain d'érosion. Ceci explique, en partie, le danger qu'il y a, dans la pratique courante des projets, à traiter les courants chargés de matière en suspension comme s'ils étaient des fluides purs.

Mouvement du lit dans les canaux alluviaux.

On ne comprend pas bien quelques-unes des caractéristiques d'un courant chargé dans un canal à lit sensible à l'érosion. Ceci est particulièrement vrai pour des courants dans lesquels les vitesses sont suffisamment élevées pour occasionner un mouvement plus grand dans le lit, constitué de matériaux relativement grossiers, comme sables et graviers. Il existe de nombreux exemples qui montrent qu'il y a une suspension générale de matériau granulaire du lit jusqu'à une profondeur considérable. Ainsi dans la Californie du Sud une règle grossière, qui semble bien établie, est que les structures dans les canaux à courants alluviaux, telles que piles de pont, pipelines enterrés, etc., qui ne descendent pas plus profondément dans le lit que trois fois la hauteur de l'eau mesurée au-dessus du niveau normal du lit, sont susceptibles d'être sapées par en-dessous, et endommagées ou détruites. A première vue ceci indiquerait qu'une quantité effrayante de matériau est transportée par le courant durant les écoulements. Cependant, les résultats des mesures des dépôts après les crues aux extrémités de tels canaux fournissent des preuves tout à fait décisives, du fait que la vitesse moyenne du matériau solide vers l'aval doit être très inférieure à celle de l'eau. Il reste donc à expliquer pourquoi un matériau relativement grossier peut être maintenu en suspension apparente en l'absence de vitesses élevées vers l'avant.

COURANTS DE DENSITÉ

Définition.

Il y a au moins un phénomène important dans les systèmes à deux phases — les courants de densité — dans lesquels la contribution à l'énergie du courant, des particules en suspension, est le facteur le plus important. Dans les courants de densité, la différence de densité fournit la seule force motrice qui maintient le fluide en mouvement. H. S. BELL [3] définit un courant de densité comme un écoulement sous l'action de la pesanteur d'un liquide ou d'un gaz à travers, au-dessous, ou au-dessus d'un fluide de densité approximativement égale. Le groupe des phénomènes d'écoulement qui tombent dans cette classification est beaucoup plus étendu que l'on ne l'admet d'ordinaire. Une raison pour cela est que beaucoup de courants de densité échappent à l'attention parce qu'ils ne sont pas visibles et, par suite, ne peuvent être découverts que par une méthode indirecte. Tous les courants de densité ne doivent pas leur différence de densité à la présence de particules en suspension. Des différences de densité effectives sont aussi produites par la dissolution de sels ou par des différences de température [4]. Cependant, nous limiterons la discussion aux différences de densité produites par la présence de particules en suspension. Les courants de densité de ce type jouent un rôle très important dans l'hydraulique des régions arides. Quoique les tempêtes de sable et de poussière appartiennent aussi à la classe des courants de densité, la plus grande partie de la discussion suivante se rapporte aux courants de densité dans l'eau. Dans la plupart des cas les conclusions sont générales et peuvent être appliquées à tous les courants de densité.

Un des exemples les plus communs de courant de densité à grande échelle est l'écoulement stratifié qui se produit quand un courant de densité supérieure ou inférieure entre dans un lac ou un réservoir. Un tel écoulement peut avoir lieu à n'importe quelle profondeur, c'est-à-dire peut être un « underflow », un « overflow », ou un écoulement à une profondeur intermédiaire entre deux couches horizontales stationnaires. Sa position sera déterminée par sa densité par rapport au matériau déjà présent dans le lac ou le réservoir. La figure 1 montre un écoulement inférieur typique comme il s'en présente au laboratoire, et la figure 2 montre un écoulement intermédiaire (1). Les courants de densité n'ont pas besoin de se

(*) Ces photographies et celles qui suivront dans cet article, ont été prises par Mr. H. S. Bell au Cooperative Laboratory de l'Institut de Technologie de Californie et du Service de Conservation des Sols, U. S. Département de l'Agriculture.

produire sur une grande étendue pour être importants. Par exemple, on a de bonnes preuves qui indiquent qu'un des facteurs les plus importants de la « sheet erosion » pendant les orages est la formation d'un grand nombre de très petits courants de densité.

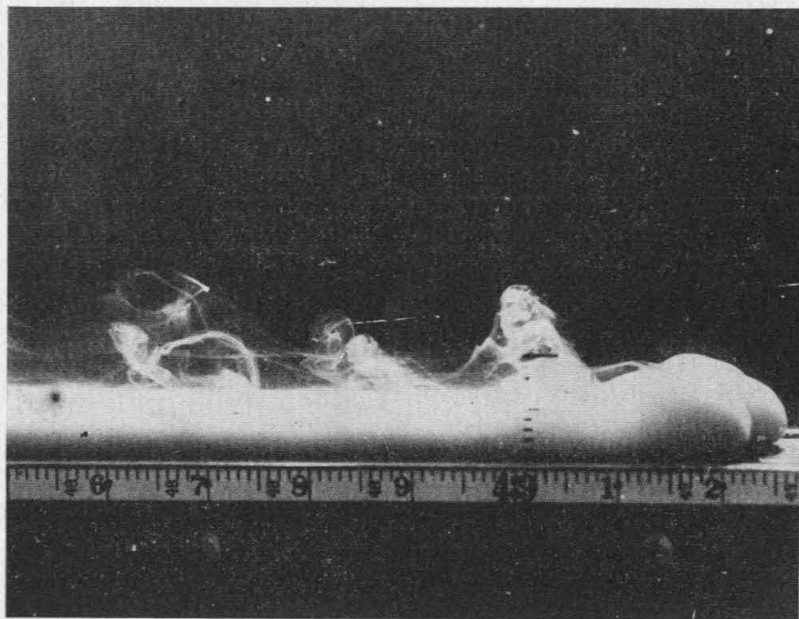


FIG. 1.
Courant de densité typique « underflowing ». — Neg. n° 1144.

Le supplément d'énergie nécessaire pour produire la suspension initiale de particules solides provient très probablement de la goutte d'eau quand elle frappe la surface.

Accélération effective de la pesanteur.

Dans la plupart des cas la différence de densité entre le courant de densité et le fluide environnant est une petite fraction de la densité totale. Néanmoins, les courants de densité sont des écoulements sous l'influence de la pesanteur et présentent tous les types familiers de phénomènes hydrauliques que l'on rencontre dans les écoulements de gravité dans les canaux ouverts. La différence la plus frappante provient de ce que toute action se produit beaucoup plus lentement qu'on ne s'y attendrait normalement. L'explication de ce ralentissement peut être cherchée dans la considération de

deux faits. Premièrement, les forces effectives dues à la pesanteur sont grandement réduites par la poussée d'Archimède. Deuxièmement, les forces d'inertie, étant proportionnelles à la densité, demeurent inchangées. Considérons un volume unité de la suspension. Si on le pesait dans le vide, le rapport de son poids à sa masse serait

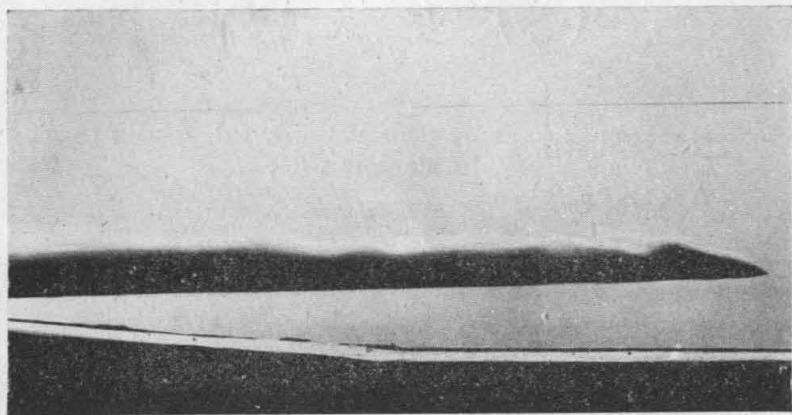


FIG. 2.
Courant de densité typique « interflowing ». — Neg. n° 1832-1.

« g ». Si on le pesait dans l'air, son poids devrait être diminué du poids de l'air déplacé. Pour l'eau cette réduction est d'environ 1 pour 800, et est si petite qu'on la néglige généralement. Si cette unité de volume de suspension est pesée à nouveau pendant son immersion dans l'eau, son poids apparent doit être diminué du poids de l'eau déplacé. C'est là un pas important, car cette réduction est loin d'être négligeable. Ainsi :

$$w_i = g(\rho_s - \rho_w) \quad (1)$$

L'accélération effective de la pesanteur est le rapport du poids apparent à la masse et on l'obtient en divisant les deux membres de (1) par ρ_s :

$$a_e = g \cdot \frac{(\rho_s - \rho_w)}{\rho_s} \quad (2)$$

où :

- w_i = poids apparent de la suspension, immergée dans l'eau;
- g = accélération de la pesanteur;
- ρ_s = densité de la suspension;
- ρ_w = densité de l'eau;
- a_e = accélération effective de la pesanteur.

Pour des systèmes qui par ailleurs sont semblables, le temps pour un phénomène de pesanteur donné, varie comme l'inverse de la racine carrée de l'accélération effective de la pesanteur. Ainsi le rapport des échelles de temps des phénomènes de courants de densité et de phénomènes semblables, comme des écoulements dans le vide ou dans l'air, est donné par l'expression :

$$\frac{t_d}{t_v} = \left(\frac{a_v}{a_d} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{g}{g \cdot \frac{\Delta}{\rho_s}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\rho_s}{\Delta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

où :

t_d = temps nécessaire pour le courant de densité;

t_v = temps nécessaire dans le vide;

$\Delta = \rho_s - \rho_w$.

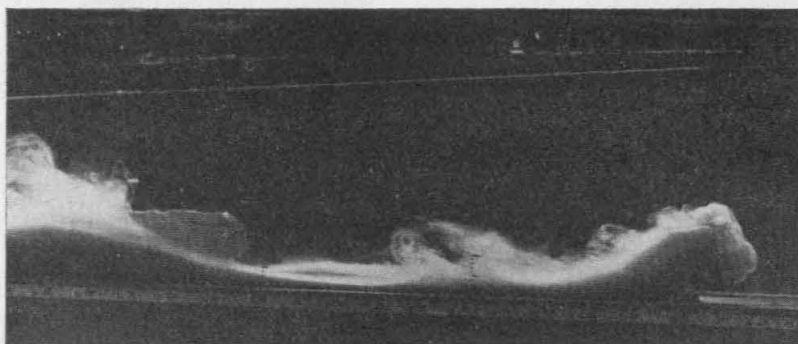


FIG. 3.

Courant de densité franchissant des obstacles dans le canal. — Neg. n° 1423.

Les vitesses de phénomènes simples sous l'influence de la pesanteur, tels que vitesses de chute libre, vitesses des ondes sur la surface de séparation, etc., seront réduites dans le rapport trouvé pour l'augmentation des durées. La figure 3 montre un courant de densité traversant un sérieux rétrécissement du canal (à gauche) et franchissant un petit obstacle. Elle montre bien l'accroissement de la liberté du mouvement vertical qui résulte de la grande diminution des forces de pesanteur.

Vitesse relative des courants de densité.

On doit étudier à part la vitesse d'écoulement d'un courant de densité car ce n'est pas un simple phénomène de pesanteur. Un

facteur également important est la résistance du lit, qui dépend non seulement de la rugosité mais aussi des variations du rayon hydraulique. Si l'on prend aussi ces facteurs en considération, il est possible de calculer la vitesse d'un courant de densité par rapport à celle du même courant chargé de sédiments coulant à l'air (*). On utilise le plus généralement l'équation de CHÉZY pour calculer la vitesse d'un courant dans les conditions d'écoulement permanent uniforme. Elle est obtenue en égalant la force motrice du courant et la force de résistance du lit. On obtient :

$$V = C \sqrt{ms} \quad (4)$$

m = rayon hydraulique;

s = pente du lit;

C = coefficient de CHÉZY.

Le coefficient « C » contient plusieurs termes: la résistance de frottement, qui dépend de la rugosité et du nombre de REYNOLDS, la racine carrée de « g », accélération de la pesanteur, et diverses constantes. On peut aussi utiliser cette équation pour déterminer la vitesse d'écoulement d'un courant de densité dans le cas où l'accélération effective de la pesanteur doit être employée. L'équation (4) devient alors :

$$V_d = C \sqrt{\frac{\Delta}{\rho} ms} \quad (5)$$

Si un courant libre pénètre dans un réservoir et devient un courant de densité, la valeur de m doit changer (5). La valeur de ce changement sera déterminée par la grande diminution de la vitesse, le facteur de dilution, et la forme de la section droite. Le facteur de dilution peut être défini par :

$$D = \frac{q_d}{q_a} \quad (6)$$

où :

q_d = vitesse d'écoulement du courant de densité;

q_a = vitesse d'écoulement du courant libre d'où provient le premier.

S'il n'y a pas de mélange de l'eau claire du réservoir et du courant de densité, $D = 1$. L'équation (5) ne tient pas compte de la dilution. Si l'on définit Δ comme la différence des densités avant

(*) Pour éviter une confusion possible, les expressions « coulant à l'air » et « courant libre » seront employées pour désigner l'écoulement normal d'un courant dans un canal ouvert ayant une surface de séparation air-eau.

le mélange, $\frac{\Delta}{D}$ est la différence de densité après le mélange. L'équation (5) devient alors :

$$V_d = C \sqrt{\frac{\Delta}{\rho} \cdot \frac{1}{D} \cdot m s} \quad (7)$$

L'équation (6) peut s'écrire :

$$D(A_a V_a) = A_d V_d \quad (8)$$

où « A » est l'aire de la section droite de l'écoulement et les indices *a* et *d* se rapportent à l'écoulement à l'air et au courant de densité, respectivement.

Formes typiques de canaux.

Le rayon hydraulique est le rapport de l'aire de la section droite au périmètre mouillé. On entend généralement par périmètre « mouillé » celui qui se rapporte à la surface de frottement. Pour un courant de densité une question se pose immédiatement : quelle est la valeur du frottement additionnel à la surface de séparation. L'expérience aussi bien que la théorie montrent que la grandeur de ce frottement dépend du degré de mélange à travers cette surface. En l'absence de mélange le frottement à la surface de séparation est très faible. Comme on le verra plus loin, il est tout à fait rare que le mélange à travers la surface de séparation persiste très loin au-dessous de l'aire d'entrée. Par suite, une approximation grossière mais acceptable consiste à négliger le frottement à la surface de séparation. La question suivante concerne les formes relatives des sections droites du courant à l'air et dans le réservoir. Dans un cas particulier elles peuvent être déterminées par la topographie. Dans le cas général, on doit faire quelque hypothèse en ce qui concerne la variation de « *m* » en fonction de l'aire de la section, « A ». Les deux hypothèses les plus simples sont :

1^{er} Cas. — Ecoulement à deux dimensions, c'est-à-dire, section droite rectangulaire très large. Le rayon hydraulique est égal à la profondeur et est directement proportionnel à l'aire de la section droite.

2^e Cas. — Similitude géométrique, c'est-à-dire, les sections droites avant et après ont la même forme. Le rayon hydraulique varie comme la racine carrée de l'aire de la section droite.

Le rapport de la vitesse du courant de densité résultant à la

vitesse du courant initial est facilement calculable dans ces deux cas en divisant l'équation (7) par l'équation (4). On obtient :

$$\frac{V_d}{V_a} = \left(\frac{\Delta}{\rho} \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{m_d}{m_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

On remarquera que cette formule suppose une pente constante et un « C » constant. D'ordinaire la pente reste constante, à moins que l'on admette que le canal submergé s'ensable. Si la pente change, on doit ajouter ce rapport dans la parenthèse de (9). Le coefficient de CHÉZY, « C », est par essence un facteur de résistance. Il décroît quand la rugosité du canal augmente, et augmente quand le nombre de REYNOLDS croît, mais pour de grands nombres de REYNOLDS le changement est très lent. Par suite, l'hypothèse de la constance de « C » constitue une approximation raisonnablement bonne.

Le rapport $\frac{m_d}{m_a}$ de l'équation (9) peut être éliminé en utilisant (8) si l'on exprime dans cette dernière équation le rapport des aires en fonction des rayons hydrauliques dans chacun des deux cas envisagés. Ainsi :

Cas 1 :

$$\frac{m_d}{m_a} = \frac{A_d}{A_a} = \frac{DV_a}{V_d}$$

En substituant dans l'équation (9), on a :

$$\frac{V_d}{V_a} = \left(\frac{\Delta}{\rho} \right)^{1/3} \quad (10)$$

Cas 2 :

$$\frac{m_d}{m_a} = \left(\frac{A_d}{A_a} \right)^{1/2} = \left(\frac{DV_a}{V_d} \right)^{1/2}$$

et en portant dans (9) :

$$\frac{V_d}{V_a} = \left(\frac{\Delta}{\rho \sqrt{D}} \right)^{2/5} \quad (11)$$

Notons que dans le cas 1 la dilution n'intervient pas, et que dans le cas 2 la vitesse décroît seulement comme la racine cinquième de la dilution. La grandeur du mélange qui a lieu quand le courant pénètre dans le réservoir est telle que le rapport de dilution dépasse rarement 2 (6). Comme la racine cinquième de 2 est 1.15, on peut conclure que le mélange à l'entrée a peu d'effet sur la vitesse du courant de densité qui a lieu ensuite. Par suite, la vitesse du courant de densité est déterminée par la différence de densité initiale seule-

ment (*). La figure 4 montre la zone de mélange à l'entrée et la formation d'un courant de densité dilué. Le courant entre à l'extrémité gauche.



FIG. 4.
Mélange à l'entrée pour un courant inférieur. — Neg. n° 2304.

Si l'on compare les cas 1 et 2, on voit qu'il y a relativement peu de différence entre la vitesse d'un courant de densité et celles d'écoulements par ailleurs semblables. Ceci implique que la forme de la section droite a peu d'effet puisque les deux cas diffèrent de façon radicale.

Nombre de Reynolds pour un courant de densité.

Le changement correspondant du nombre de REYNOLDS peut être calculé de la même façon. Pour des courants on peut définir le nombre de REYNOLDS par :

$$R = \frac{mV\rho}{\mu}.$$

Puisque ρ et μ sont constants, le rapport des nombres de REYNOLDS est :

$$\frac{R_d}{R_a} = \frac{m_d V_d}{m_a V_a} \quad (12)$$

(*) Quand la charge en suspension dans le courant libre comprend un matériau très gros, la plus grande partie des grosses particules peut se déposer immédiatement dans le « delta ». Alors Δ sera inférieur à la valeur calculée à partir de la charge en suspension dans le courant libre. La valeur de Δ , après cette sédimentation initiale, peut être utilisée dans l'équation pourvu qu'elle soit calculée en tenant compte de la quantité d'eau du courant libre. Les rapports des vitesses obtenus seront légèrement faux, parce que l'on a négligé l'effet du changement de Δ sur la *vitesse en courant libre*.

Ce rapport devient pour les deux cas :

Cas 1 :

$$\frac{R_d}{R_a} = D \quad (13)$$

Cas 2 :

$$\frac{R_d}{R_a} = \left(\frac{\Delta}{\rho} \right)^{1/5} D^{2/5} \quad (14)$$

Ceci implique que le nombre de REYNOLDS croît toujours avec la dilution. Le fait que, dans le cas à deux dimensions et sans dilution le nombre de REYNOLDS du courant de densité est le même que celui du courant entrant, et que, dans le cas 2, il ne décroît que comme la racine cinquième de la différence de densité, est plutôt surprenant, car de nombreux ingénieurs admettent intuitivement qu'il est très faible pour tous les courants de densité. Cette impression est un sous-produit de l'idée que les vitesses de tous les courants de densité sont très faibles, tellement faibles que l'écoulement peut être considéré comme laminaire plutôt que comme turbulent. Or les nombres de REYNOLDS des courants naturels sont de l'ordre de plusieurs millions. Le nombre de REYNOLDS critique, au-dessus duquel on rencontre toujours des écoulements turbulents, est bien inférieur à 10.000. Ainsi pour qu'un courant de densité devienne un courant laminaire, il serait nécessaire que le nombre de REYNOLDS soit réduit dans un rapport de, disons, 500 ou plus. L'équation (14) montre que même dans les circonstances les plus défavorables ceci ne peut se produire puisque la différence de densité correspondante devrait être inférieure à 10^{-12} fois la densité du courant (*). Comme l'intervalle réel des différences de densité est probablement de 0.25 % à 3 ou 4 %, on peut s'attendre à ce que le nombre de REYNOLDS du courant de densité soit de 30 à 80 % de celui du courant entrant. Ceci, évidemment, dans le cas le plus défavorable de canaux semblables géométriquement en l'absence de dilution. Pour des formes intermédiaires entre les cas 1 et 2, et pour une dilution normale, le nombre de REYNOLDS sera généralement légèrement augmenté. Ainsi, on peut conclure que tous les courants de densité sont turbulents, avec des nombres de REYNOLDS élevés. Cette conclusion renforce aussi l'hypothèse de la constance des coefficients de CHÉZY, faite dans le développement de l'équation (9).

(*) Pour des températures normales cette différence de densité correspond à une différence de température de moins de $\frac{1}{2}$ millionième de degré Fahrenheit.

Niveau de la turbulence dans un courant de densité.

Après cette vue d'ensemble, il est normal de considérer brièvement le niveau probable de la turbulence. Comme la rugosité du canal et le nombre de REYNOLDS restent réellement inchangés durant la transition, on pourrait s'attendre à ce que l'intensité relative de la turbulence demeure la même. Ceci impliquerait que la vitesse moyenne des fluctuations turbulentes décroît linéairement avec la vitesse de l'écoulement. On peut atteindre la même conclusion à partir d'un point de vue légèrement plus consistant. [7] Le cisaillement en un point est, dans un fluide turbulent, proportionnel au produit moyen des composantes de la fluctuation. Si l'on admet que les fluctuations horizontales et verticales sont égales, il est équivalent de dire que le cisaillement est proportionnel au carré d'une composante donnée. Comme le cisaillement à un niveau donné dans l'écoulement doit varier proportionnellement avec le cisaillement sur le lit, on peut donc admettre que la fluctuation turbulente est proportionnelle à la racine carrée du cisaillement sur le lit. L'examen montre que dans l'équation de CHÉZY (équation 4) pour la vitesse de l'écoulement, le terme sous le radical est directement proportionnel au cisaillement sur le lit. Comme on a vu que l'on peut admettre la constance de « C », ceci signifie que la vitesse moyenne de l'écoulement varie comme la racine carrée du cisaillement sur le lit. Ainsi l'hypothèse suivant laquelle la vitesse des fluctuations turbulentes décroît avec la vitesse de l'écoulement, semble raisonnable. Cependant, cette conclusion est basée sur l'hypothèse des conditions d'équilibre. La transition réelle du courant libre à un courant de densité doit être accompagnée d'une perte considérable d'énergie puisque le courant qui entre a un excès d'énergie cinétique. Une partie de cette énergie est utilisée dans le mélange et une partie reste comme excès de vitesse, qui devra être dissipée par le frottement du canal avant que l'écoulement ait atteint sa vitesse d'équilibre comme courant de densité. La dissipation de ces deux parties augmente l'intensité relative de la turbulence. Ainsi dans les réservoirs courts, il peut être possible que le niveau de la turbulence relative dans le courant de densité soit supérieur à celui de l'écoulement d'équilibre, tandis que dans les réservoirs longs, l'équilibre peut être atteint seulement après que le courant de densité ait parcouru une fraction appréciable de la longueur.

Effet du niveau de la turbulence sur la charge en suspension.

Cette question de l'intensité de la turbulence dans le courant de densité est importante car elle contrôle la quantité de matériau qui sera transporté par le courant. Il a été signalé que dans les conditions de l'état permanent, la seule force motrice d'un courant de densité est la différence de densité due aux particules en suspension. Un corollaire évident est que le sédiment doit rester en suspension ou alors il ne fournit plus cette force motrice. Or on sait que des courants de densité peuvent parcourir de longues distances. Par exemple, dans le lac Mead, des courants de densité « underflowing » parcourent couramment toute la longueur du lac, approximativement 100 milles [8]. De plus, des échantillons pris dans le courant qui atteint le barrage montrent que beaucoup de sédiments fins restent encore en suspension. Ceci confirme la conclusion que l'intensité relative de la turbulence reste inchangée ou peut-être croît même. Cependant, ceci signifie que la vitesse absolue des fluctuations turbulentes diminue quand la vitesse d'écoulement décroît. Par suite, le courant de densité ne peut pas transporter de particules de taille plus grosse qu'il ne pourrait le faire en courant libre. Ainsi on devrait s'attendre à ce qu'un courant transportant seulement un matériau grossier, ne puisse se transformer en un courant de densité en entrant dans un lac ou un réservoir; au contraire, on peut admettre que des courants qui transportent une quantité importante de matériau fin persistent en tant que courants de densité.

Classification effective des tailles de particules.

Les expressions, « grossier » et « fin », sont relatives et peuvent être interprétées de façon très variable. [9] Une classification grossière pour un courant libre spécifique, consisterait à considérer la variation, avec la profondeur, de la concentration des particules de différentes tailles. Les particules dont la concentration subit une décroissance rapide quand la hauteur augmente pourraient être classées comme « grossières », tandis que celles dont la concentration est à peu près uniforme sur toute la profondeur pourraient être classées comme « fines ».

Evaluation de la décroissance du pouvoir de transport des courants de densité.

On a peu de données concluantes sur lesquelles on puisse baser des études théoriques sur la décroissance de la taille maximum de matériau qui accompagnera le passage d'un courant libre à l'état de courant de densité. Cependant, la méthode de raisonnement précédente peut être étendue à une étape de plus. La vitesse de chute de petites particules (*) dans le cas de l'équilibre varie comme le carré de leur diamètre. Il est également raisonnable d'admettre que la vitesse de chute de la plus grosse particule qui peut être transportée, varie comme la vitesse de la composante verticale de la fluctuation turbulente. Comme on l'a montré précédemment, cette vitesse, à son tour, varie comme la vitesse d'écoulement. Ainsi le rapport du diamètre maximum de la plus grosse particule qui puisse être transportée par le courant de densité, au diamètre correspondant pour un courant libre, sera donné par les racines carrées des rapports de vitesse des équations (9), 10 et (11).

Exemple numérique hypothétique.

Pour saisir d'une façon plus concrète la signification des relations existant entre les courants de densité et les courants libres à partir desquels ils sont formés, considérons un courant entrant dans un réservoir avec une différence de densité de 2 %. Admettons aussi que la vitesse d'entrée est de 6 pieds par sec., que la profondeur ou rayon hydraulique est de 10 pieds et la pente 0.001. Qu'il y ait mélange et dilution ou non, la différence de densité est assez grande pour produire un courant de densité bien défini. Admettons que le réservoir soit formé par un barrage à travers une vallée relativement profonde et que l'on conserve toujours le lit initial de la rivière et sa pente. Les résultats sont donnés dans le tableau I. Il faut reconnaître que ces calculs sont tous très approximatifs, en particulier celui du rapport des diamètres des plus grosses particules. L'importance de la décroissance du diamètre maximum dépend de la quantité de matériau que le courant de densité est obligé de déposer à cause de cette diminution. Si le courant initial transporte très peu de gros matériau, l'effet peut être négligé, mais s'il trans-

(*) Ceci en admettant que les particules suivent la loi de Stokes. Pour l'eau à 60° F. et un écart maximum à la loi de Stokes de 20 %, le plus grand diamètre effectif pour du sable de quartz est d'environ 0,01" (0,25 mm.) (10)

porte une lourde charge ayant la taille critique, il peut en résulter un dépôt important, qui, à son tour, fait décroître la force motrice du courant de densité et ainsi diminue de nouveau sa capacité de transport.

TABLEAU I

Exemple numérique hypothétique de courants de densité formé à partir de courant libre

	Courant libre	Courant de densité			
		Cas 1		Cas 2	
		Aucune dilution	D = 2	Aucune dilution	D = 2
Vitesse d'écoulement (p./sec.)	6,0	1,6	1,6	1,26	1,1
Nombre de Reynolds	6×10^6	6×10^6	12×10^6	$2,8 \times 10^6$	$3,6 \times 10^6$
Pente équivalente $S \frac{\Delta}{\rho}$	0,001	0,00002		0,00002	
Excès de vitesse en tête Ft. %		0,52 93		0,54 96	
Excès de vitesse en tête pente équ.		26.000		27.000	
Dia. Max. des Part. : trans. par Cour. Dens. ...		0,52	0,52	0,46	0,43
Dia. max. Cour. Libre					

Phénomènes à la surface de séparation.

Les renseignements dont on dispose indiquent que, malgré la possibilité de l'existence dans les courants de densité normaux d'un gradient de densité en leur sein même, ils peuvent conserver une surface de séparation bien définie. Ceci n'est probablement pas aussi vrai pour les courants de densité dus uniquement à des différences de température, car la conductivité thermique du fluide tend rapidement à éliminer toute discontinuité de température. D'un autre côté, les courants de densité transportant des matériaux en solution ou en suspension, conservent une surface de séparation définie. Il est important, par suite, d'étudier les conditions à cette « interface ». Etudions ce qui se passe à la surface de séparation de deux couches de fluides de densités différentes, quand ils coulent, le plus léger

étant au-dessus, en ce qui concerne le processus normal de mélange turbulent. Examinons le mouvement d'un élément de fluide qui se trouve à quelque distance au-dessous de l'interface et qui possède une composante de mouvement vertical dirigé vers le haut. Il peut se mouvoir librement vers le haut jusqu'à ce que sa quantité de mouvement en excès soit dissipée par le frottement fluide ou jusqu'à ce que sa personnalité soit détruite par les chocs avec d'autres éléments. Considérons maintenant un élément semblable, mais situé cette fois juste au-dessous de l'interface. Quand il essaie de pénétrer dans le liquide plus léger, la différence de densité joue le rôle d'une force de pesanteur travaillant contre le mouvement vers le haut. Un élément du fluide plus léger tendant à se mouvoir verticalement vers le bas dans le fluide plus lourd, subit une force semblable (poussée d'Archimède) agissant pour empêcher la pénétration. Ainsi le processus normal de mélange turbulent est interdit à l'interface par la différence des densités. En fait, à moins que les composantes verticales de la vitesse dépassent une vitesse minimum d'« échappement », qui est déterminée par la différence de densité, il n'y a pas de mélange turbulent à travers la surface de séparation. La conséquence est que la résistance au cisaillement le long de l'interface est moindre qu'à l'intérieur des deux couches. Ceci entraîne une discontinuité du gradient de vitesse à la surface de séparation.

Ondes sur l'interface.

Ceci ne signifie pas que l'interface est un plan uni. Les observations en laboratoire montrent qu'elle se présente comme une surface ondulée toujours changeante, les ondulations étant indubitablement causées par les mouvements verticaux des éléments turbulents près de la surface. La différence des vitesses de part et d'autre de la surface en elle-même introduit un nouveau mécanisme de mélange, à savoir, si la différence de vitesse à l'interface dépasse une certaine valeur critique, la formation d'ondes de gravité qui déferlent. Cette valeur critique de la différence peut être calculée par le critère de HELMHOLTZ [11] souvent appliquée pour déterminer la vitesse du vent qui produit des ondes déferlantes. Si la différence de vitesse est suffisamment grande pour produire des ondes qui déferlent, le frottement interfacial devient plus grand. Cependant, le déferlement est une forme de mélange qui peut se produire sur de grandes étendues. Ceci tend à créer une couche de densité intermédiaire qui peut se déplacer avec une vitesse intermédiaire. Cet effet peut suffisamment altérer les conditions pour éliminer les ondes qui déferlent et

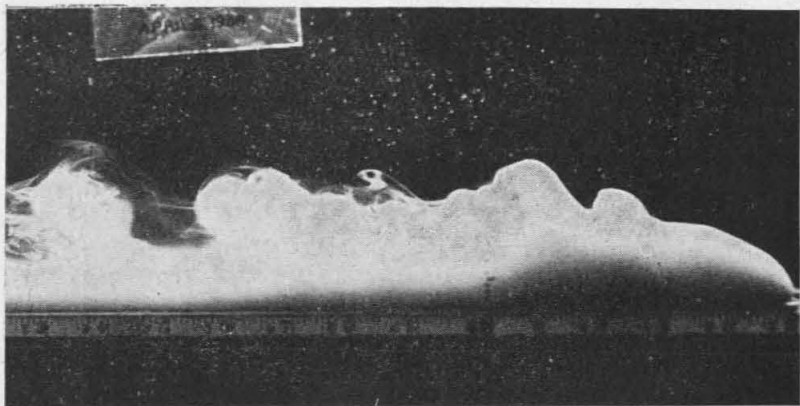


FIG. 5.

Ondes à la surface de séparation à la suite du front d'un Courant de Densité. — Neg. n° 1142.

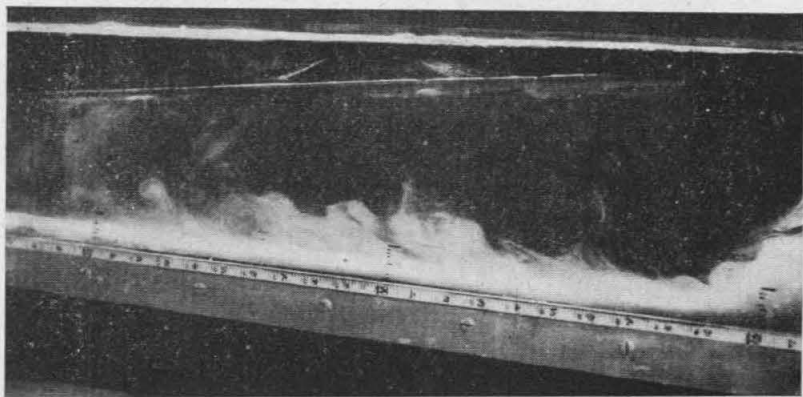


FIG. 6.

Ondes qui déferlent à la surface de séparation avec mélange résultant. — Neg. n° 1140.

arrêter tout mélange ultérieur. En d'autres termes, la phase des ondes qui déferlent est généralement une phase de transition qui tend à se limiter elle-même. Les figures 5 et 6 montrent deux types d'ondes interfaciales.

Tempêtes de sable et de poussière.

Les tempêtes de sable et de poussière ont plusieurs des caractéristiques des courants de densité, quoique la différence de densité

due à la présence du matériau en suspension puisse n'être qu'un facteur de la force motrice totale. D'autres facteurs qui y contribuent, dus à la structure thermique dominante, peuvent être suffisamment grands pour obliger l'écoulement à prendre place vers le haut plutôt que vers le bas de la plus grande pente de la surface. En gros les aspects physiques présentés par les courants de poussière et les courants de densité dans les réservoirs ont une ressemblance vraiment

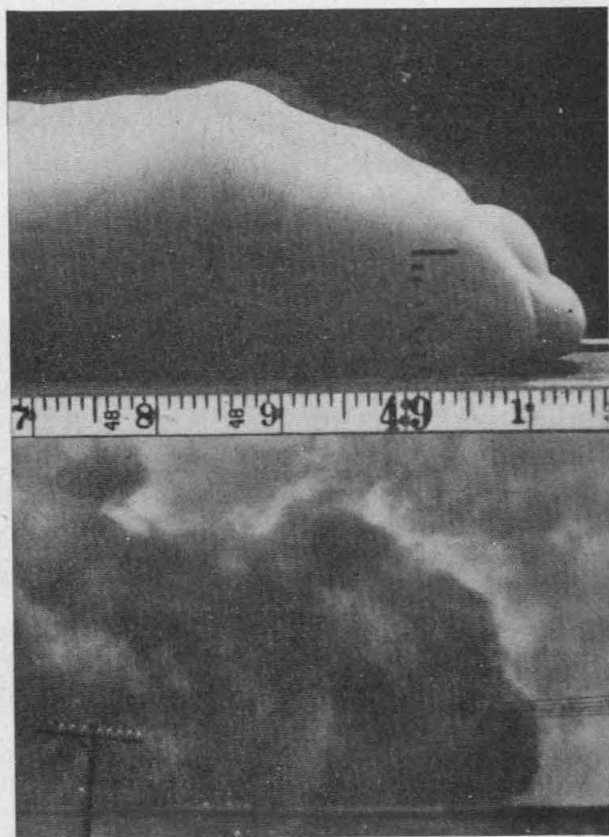


FIG. 7.

Comparaison d'un Courant de Densité au Laboratoire avec le front d'une tempête de poussière.

(a) Courant de Densité au Laboratoire. — Neg. n° 1171.

(b) Tempête de poussière (photo prise par Mme Milton Jorgenson). — Neg. n° 1816.

frappante [12]. Cette ressemblance se prolonge même jusqu'aux expériences à l'échelle du laboratoire. C'est ce que montre la comparaison des figures 7(a) et (b). Le front du courant de densité du Laboratoire a une hauteur d'environ 2 pouces et demi. La grandeur

de la tempête de poussière de la figure 7 (b) peut être estimée par la comparaison avec les constructions, qui se présentent comme trois petits point sur le sol. Il semble probable que la plupart des interactions entre le fluide suspenseur et les particules en suspension, dont nous avons parlé en nous rapportant aux courants de densité dans les réservoirs, sont également importantes dans les tempêtes de sable et de poussière. Naturellement, la vitesse nécessaire pour le transport par le vent de sédiment d'une taille donnée, est beaucoup plus grande que dans le cas de l'eau, à cause de la très grande différence des densités des deux fluides. Il y a dans le cas des tempêtes dues au vent un facteur supplémentaire qui ne semble pas avoir de contrepartie dans le cas des courants de densité dans les liquides. Dans le dernier cas on peut s'attendre à ce que des écoulements semblables sur une aire topographique donnée aient le même niveau de turbulence et par suite la même capacité pour transporter un matériau en suspension. Dans le cas des tempêtes dues au vent, au contraire, le niveau de la turbulence est une fonction non seulement de la topographie et de la vitesse, mais aussi de la stabilité de l'atmosphère. Ceci est probablement suffisant pour expliquer cette observation que de deux vents en apparence semblables l'un peut amener une tempête de sable sérieuse, et l'autre peut ne transporter pratiquement pas de matériau en suspension.

Conclusion.

Cette discussion a été limitée par nécessité à un peu plus qu'une énumération des caractéristiques les plus importantes des principaux types d'écoulements à deux places qui peuvent se produire dans les régions arides. Il est devenu de plus en plus clair qu'il est absolument nécessaire de connaître les interactions entre le matériau en suspension et le fluide suspenseur si l'on veut contrôler et utiliser effectivement de tels courants. A l'époque actuelle l'accumulation des connaissances vient juste de bien commencer. Il y a encore un long chemin à faire. On a grand besoin dans cette branche importante de l'hydrodynamique d'un programme de recherche solide et continu. Un tel programme devrait contenir à la fois des études sur le terrain et en laboratoire. A cause de la complexité des phénomènes considérés, les études sur le terrain seules sont incomplètes et peuvent souvent être non-concluantes ou contradictoires, à moins que l'on ne dispose d'une connaissance suffisante de la mécanique des écoulements à deux phases, qui puisse servir de base pour leur corrélation et leur interprétation. Par suite, l'objet principal des études

expérimentales ou analytiques au laboratoire devrait être l'éclaircissement des problèmes mécaniques que posent ces écoulements.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) KNAPP Robert T. — « Energy Balance in Stream-Flows Carrying Suspended Load ». *Trans. AGU.*, 19th ann. mtg. April 27-30, 1938, Washington, D. C. pp. 501-505.
- (2) VANONI, VITO A. — « Transportation of Suspended Sediment by Water ». *Trans. ASCE.* Vol. III, pp. 67-133, 1946.
- (3) BELL, H. S. — « Density Currents as Agents for Transporting Sediments ». *Jour. of Geol.* Vol. L, N° 5, July 6, 1942, p. 514.
- (4) O'BRIEN, MURROUGH P. and CHARNO, John. — « Model Law for Motion of Salt Water Through Fresh. » *Proc. ASCE.* Dec. 1932, pp. 1769-1783.
- (5) KNAP, Robert T. — « Density Currents : Their Mixing Characteristics and Their Effect on the Turbulence Structure of the Associated Flow. » *Proc. 2nd Hydr. Conf.* June 1-4, 1942. Bulletin n° 27, Univ. of Iowa Studies in Engineering, p. 289.
- (6) BELL, H. S. — « The Effect of Entrance Mixing on the Size of Density Currents in Shaver Lake. » *Trans. AGU.*, Vol. 28, n° 5, Oct. 1947, pp. 780-791.
- (7) WATTENDORF, F. L. and KUETHE, A. M. — « Investigations of Turbulent Flow by Means of the Hot-wire Anemometer. » *Physics.* Vol. 5, June 1934. pp. 153-164.
- (8) GROVER, Nathan C. and HOWARD, Charles S. — « The Passage of Turbid Water Through Lake Mead. » *Trans. ASCE.* 1938, pp. 720-790.
- (9) ROUSE, Hunter. — « Experiments on the Mechanics of Sediment Suspension. » *Proc. 5th Intern. Congress of Applied Mechanics*, 1938. Cambridge, Mass., p. 550.
- (10) ROUSE, Hunter. (Edited by). — « Engineering Hydraulics ». *Proc. 4th Hydraulics Conf.* Iowa Institute of Hydr. Research. June 12-15, 1949. John Wiley et Sons., Inc. NY. 1039 pp.
- (11) HELMHOLTZ, H. — « Wissenschaftliche Abhandlungen ». Leipzig. Vol. 1, 1882, pp. 146-157. Vol. 3, 1895, pp. 289-355.
- (12) BELL, H. S. — « Stratified Flow in Reservoirs and its Use in Prevention of Silting ». *Misc. Publication N° 491*, U.S. Dept. of Agriculture.

DISCUSSION

M. Mac Nown. — Une caractéristique importante des mouvements à deux phases décrits par le Dr Knapp est le retard des mouvements des particules solides sur ceux du fluide environnant. A cause de leur plus grande densité, les particules solides plus lourdes répondent plus lentement — quelquefois beaucoup plus lentement — aux différences de pression, que le fluide voisin. La différence d'amplitude des mouvements est grande pour les grosses particules, en particulier pour les mouvements de particules solides dans l'air. Nous avons fait des études préliminaires sur cet effet à l'Institut de Iowa de Recherche Hydraulique, et nous avons trouvé que même dans les liquides, la différence peut être importante.

Un second point que j'aimerais mentionner, est que la stratification notée par le Dr. Knapp dans ses études sur les courants de densité, a été observée à plusieurs reprises dans des études sur les variations de salinité et de température dans l'océan. A la suite de tempêtes sur l'océan, on trouve une variation par paliers plutôt qu'une variation graduelle, même si un important mélange mécanique a eu lieu. Dans les expériences de laboratoire sur ce même phénomène, on

a trouvé que ce qui apparaît comme un mélange complet, peut en fait en être loin, car après la fin du mouvement, il y a toujours une tendance prononcée pour les diverses couches à retourner à leur position initiale. Un mélange effectif n'a été trouvé que dans une petite couche à interfaces, où de nouvelles couches de densité à peu près uniforme sont formées.
